EQUAÇÕES DE DIFUSÃO NÃO-LINEARES E DIFUSÃO ANÔMALA

Manuela Bertelli Dimbarre (PIBIC/CNPq), Aloisi Somer (Orientador), e-mail: asomer@uepg.br.

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Física

Física, Física Geral, Física Estatística e Termodinâmica

Palavras-Chave: *Difusão anômala, Equação de Difusão Fracionária, Equação de Difusão de Calor.*

Resumo

O estudo desenvolvido é referente ao fenômeno da difusão, voltado para a difusão anômala. Foram estudadas equações diferenciais que compreendem a equação de difusão, empregando derivadas de ordem fracionárias nas dependências temporais e sua influência na difusão. Um caso particular estudado foi a equação de difusão de calor e biodifusão. Posteriormente, analisamos um problema de um material biológico ex-vivo considerando um termo de fonte de calor periódico.

Introdução

Os processos difusivos permeiam várias situações presentes na natureza que vão deste a física à biologia, passando pelas engenharias e química (1). Um dos precursores, foi Jean Baptiste Joseph Fourier, que se dedicou ao seu trabalho: Teoria da Propagação de Calor em Sólidos e descobriu que, em geral, a condução de calor obedece à equação linear $q = -K\nabla T_u$, onde K é a condutividade térmica, que combinada com a equação da conservação de energia $\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla . q$, chegamos a equação de difusão de calor. Um dos problemas estudado durante o projeto foi a transferência de biocalor analítica, em sistemas biológicos, estudo proposto inicialmente por Harry Pennes (2). O principal objetivo desse projeto é conseguir estudar as generalizações fracionárias da equação de difusão de calor em um sistema biológico ex-vivo, considerando um aquecimento periódico, para explicar sistemas não-homogêneos.

Materiais e Métodos

Utilizamos os procedimentos de resolução de conceitos das equações diferenciais, das equações de difusão voltadas para a condução de calor. A partir das soluções analíticas do sistema analisado foram realizadas as simulações para observar o comportamento da temperatura para o problema analisado.

Resultados e Discussão

As equações dos meios 1 (ar) e meio 2 (pele) clássico e meio 2 levando em conta o modelo fracionário, dado pelo fator γ, são, respectivamente:

$$\frac{\partial^2 T_1(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_1}\frac{\partial T_1(z,t)}{\partial t} \leq 0$$

$$\frac{\partial^2 T_2(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_2}\frac{\partial T_2(z,t)}{\partial t} = -\frac{F(x,t)}{K_2}, (x \geq 0)$$

$$\frac{\partial^2 T_2(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_2}\frac{\partial^\gamma T_2(z,t)}{\partial t^\gamma} = -\frac{F(x,t)}{K_2}, (x \geq 0)$$

que quando aplicadas às condições de contorno da continuidade da temperatura, variação da temperatura nos limites nula e da continuidade do fluxo de calor na interface entre os meios, permitem encontrar as constantes de integração e, posteriormente, as equações analíticas do perfil de temperatura para os dois meios, considerando a absorção de calor para materiais opacos e absorvedores no volume.

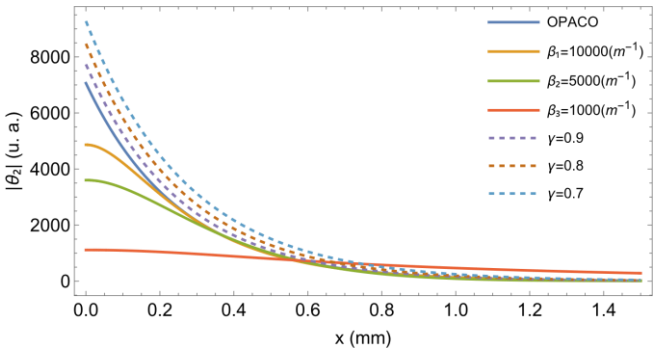


Figura 1. Perfil de temperatura variando coeficiente de absorção β do sistema clássico (linhas sólidas) e comparando com os valores de ordem fracionária γ para o sistema opaco (em linhas tracejadas).

Conclusão ou Conclusões

Verificamos que alterações no coeficiente de absorção produzem alterações no comportamento do perfil de temperatura. Ainda que o modelo fracionário altera o perfil de temperatura, mas de maneira diferente do coeficiente de absorção. Esse resultado será útil para explicar situações reais onde medidas de perfil de temperatura em sistemas não-homogêneos como os medidos pela técnica de dinâmica de relaxação térmica.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo fomento por meio da bolsa e ao PIBIC pela oportunidade.

1- Angel A. **Desenvolvimento do Conceito de Difusão: De Fourier ao Modelo de Pente.** 2010. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Estadual de Maringá - Maringá, 2010.
2- PENNES, H. H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm, **Journal of Applied Physiology**, v. 1, n. 9, pp. 93–122, 1948.