# MOTIVAÇÃO AO CÁLCULO FRACIONÁRIO COM APLICAÇÃO.

Danyel Silva Gavet (Pró-Pet), Jocemar de Quadros Chagas (Orientador), e-mail: silvagavet@gmail.com e-mail do orientador: jocemarchagas@uepg.br.

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Matemática e Estatística.

**Matemática, Análise.**

Palavras-Chave: *Cálculo Fracionário, Equação do Fluxo de Calor, Equação Diferencial Fracionária.*

## Resumo

O cálculo fracionário é uma área da Matemática que possui diversas aplicações, como a modelagem de fenômenos anômalos, entre outras, apresentando boas soluções alternativas. A fim de ilustrar essa aplicabilidade, neste trabalho apresentamos a dedução da equação do fluxo de calor unidimensional em um sistema semi-infinito e discutimos a diferença entre a solução encontrada em termos de derivada fracionária e a solução clássica.

## Introdução

Como disse Leibniz, o cálculo fracionário "é um paradoxo que um dia trará várias consequências" e, de fato, vem sendo aplicado em várias áreas, como biologia, engenharia, física e matemática. Sua grande capacidade de lidar com problemas em que as fórmulas clássicas não são adequadas o torna uma importante ferramenta de modelagem.

Neste trabalho, apresentaremos uma dedução para o fluxo de calor na parede de um forno industrial apresentado em termos de uma derivada fracionária de ordem 1/2, obtida a partir da equação do calor unidimensional clássica em uma barra semi-infinita:

$$\begin{cases} \hat{c}\,\hat{\rho}\,\dfrac{\partial T}{\partial t} = \hat{\lambda}\,\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad t > 0, \ -\infty < x < 0, \\ T(0,x) = T_0, \\ T(t,0) = T_{\text{surf}}(t). \end{cases}$$

e discutiremos brevemente as vantagens da solução obtida em relação à solução clássica.

## Materiais e Métodos

Para a realização deste trabalho, foi estudado um exemplo apresentado no livro de Igor Podlubny (Podlubny 1999, p.210). Para a obtenção da solução em termos da derivada fracionária, utilizou-se ferramentas matemáticas, como derivação, transformada de Laplace, entre outras, considerando resultados conhecidos para alcançar os objetivos propostos.

## Resultados e Discussão

O resultado obtido para o fluxo de calor é uma fórmula que independe do tempo:

$$q_A(t) = \sqrt{\hat{c}\,\hat{\rho}\,\hat{\lambda}_0\, D_t^{1/2}}\, g(t), \qquad g(t) = T_{\text{surf}}(t) - T_0$$

Assim, na prática, não seria necessário medir dois pontos para obter o fluxo de calor, mas apenas um (na fronteira). Essa é uma grande vantagem, pois como a solução clássica necessita de dois pontos de medição, o material a ser medido, no caso, a parede do forno, seria danificada no processo.

## Conclusão ou Conclusões

Este exemplo ilustra que, por meio de operações relativamente simples e do uso de ferramentas do cálculo fracionário, é possível obter um grande avanço em um problema real. Com o cálculo fracionário, podem também ser modelados sistemas para os quais as fórmulas clássicas não são adequadas, como problemas anômalos.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi apoiado pela Fundação Araucária - CP 04/24

PODLUBNY, Igor. ***Fractional Differential Equations***. Mathematics in Science and Engineering, vol. 158. San Diego, California, 1999. 366 p