TEORIA DE MATRIZES: UMA INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS E DE PROPRIEDADES ESPECIAIS

Ana Caroline da Silva (PIBIC/FA), Marciano Pereira (Orientador), e-mail do orientador: marciano@uepg.br.

Universidade Estadual de Ponta Grossa / Departamento de Matemática e Estatística.

Ciências Exatas e da Terra - Matemática.

Palavras-Chave: *Matrizes Circulantes, Teorema de Gershgorin, Forma Canônica de Jordan, Teorema de Cayley-Hamilton.*

Resumo

O projeto investigou a teoria das matrizes, com foco em técnicas avançadas, propriedades essenciais, teoremas clássicos e suas aplicações.

Introdução

A teoria de matrizes, além da sua importância teórica na Álgebra Linear, possui amplas aplicações. Este projeto abordou resultados fundamentais, como os teoremas de Gershgorin e Cayley-Hamilton, e as matrizes circulantes, bem como sua aplicação para resolução de equações polinomiais.

Materiais e Métodos

O projeto foi realizado por meio da revisão da literatura existente sobre técnicas e propriedades especiais de matrizes, além de conduzir seminários informais para exposição e discussão dos resultados. Nosso principal objetivo foi a compreensão das técnicas, dos teoremas, das demonstrações e explorar suas conexões e aplicações.

Resultados e Discussão

Uma matriz A é um arranjo de números reais ou complexos. Para matrizes quadradas, o determinante auxilia na determinação da existência bem como no cálculo de inversas, além de satisfazer propriedades como $det(kA) = k^n A$ e $det(AB) = det(A)det(B)$. Em espaços vetoriais, conceitos centrais - como combinação linear, dependência linear, base e dimensão - são fundamentais. As transformações lineares T satisfazem a igualdade $T(u + \lambda v) = T(u) + \lambda T(v)$. Um vetor não nulo x é autovetor de A se $Ax = \lambda x$, onde λ é autovalor. Pelo teorema de Gershgorin, os autovalores de A estão contidos na união de n discos fechados no plano complexo, centrados nos elementos da diagonal principal. Pelo teorema de Cayley-Hamilton, o polinômio característico de A se anula em A e, ainda, o polinômio minimal o divide. A Forma de Jordan mostra que qualquer matriz A é semelhante a uma matriz com blocos na diagonal, chamados de blocos de Jordan. As matrizes circulantes são uma classe especial em que cada linha é uma permutação cíclica da linha anterior. Essas matrizes são obtidas como combinação de potências da matriz de permutação primária P e tendo como autovalores combinações envolvendo raízes da unidade. Essa estrutura permite resolver equações polinomiais $p(t) = 0$ de graus 2, 3 ou 4, associando suas raízes aos autovalores da matriz circulante.

Conclusão ou Conclusões

A teoria das matrizes, essencial à Álgebra Linear, reúne importantes resultados, como os teoremas de Gershgorin e de Cayley-Hamilton. As matrizes circulantes conectam resultados teóricos com aplicações notáveis na resolução de equações polinomiais de segundo, terceiro e quarto graus.

Agradecimentos

Agradecemos o financiamento realizado pela Fundação Araucária, sem ele tal projeto não seria realizado.

BUENO, H. P. **Álgebra Linear - Um Segundo Curso**. 1ª edição. Textos Universitários. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

CAVALCANTI, A. S; Silva, B. C; Tanaka, T. Y. Resolução de Equações Polinomiais Via Matrizes Circulantes. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**. v. 9, n. 1, p. 97- 119, 2024.

KALMAN, D; White, J. E. Polynomial Equations and Circulant Matrices. **The American Mathematical Monthly**. v. 108, n. 9, p. 821-840, 2001.

LEWIS. D. W. **Matrix Theory.** 1ª edição. Danvers: World Scientific Publishing Co., 2001.

ZHANG, F. **Matrix Theory - Basic Results and Techniques**. 2. ed. New York: Springer, 2011.

ISSN 1676-0093