# ESTUDO INTRODUTORIO AO G-CALCULO

Matheus Erevaldo Krüger Gebeluca (PIBIC/FA),Jocemar de Quadros Chagas (Orientador),jocemarchagas@uepg.br.

Universidade Estadual de Ponta grossa / Departamento de Matemática e Estatística

**Área do conhecimento: Matemática; subárea: Análise**

Palavras-Chave: *g-cálculo, pseudo-vetor, pseudo-diferencial.*

## Resumo

O *g*-cálculo é um cálculo alternativo que busca estudar os conceitos estabelecidos do cálculo sob a restrição de que as operações devem ser fechadas em intervalos, gerando o conceito de pseudo-operações. A aplicação mais comum na literatura é a aplicação em equações diferenciais. Neste trabalho iremos propor um novo tipo de objeto de estudo: as equações pseudo-diferenciais ordinárias, bem como consequências e aplicações.

## Introdução

O estudo de Endre Pap (1993) sobre equações diferenciais no contexto do *g*-cálculo propõe a encontrar novas soluções de equações diferenciais, com base em soluções já conhecidas, em termos da teoria do *g*-cálculo, ou seja, utilizando os conceitos de função geradora, g-derivas, pseudo-soma e pseudo-multiplicação (PAP, 1993), para obter uma nova solução para a equação estudada. Recentemente, outros autores têm aplicado a teoria em conjunto com outras técnicas (BABAKHANI, FREDERICO, 2021) ou proposto extensões à teoria apresentada por Pap (LA GUARDIA et al, 2024). Motivados por tais trabalhos, propomos o estudo de um novo objeto, as equações pseudo-diferenciais ordinárias (EPDO), onde, estudamos o comportamento de equações diferenciais, agora, descritas em termos de pseudo-somas e *g*-derivadas. O estudo deste objeto nos levou a construir e considerar uma nova abordagem da teoria, o *g*-cálculo vetorial, onde introduzimos novos conceitos como os de *g*-álgebra, pseudo-vetor e operadoras de *g*-espaço.

## Materiais e Métodos

Foi utilizado softwares para verificação e cálculo de EDO (Julia e Mathematica).

## Resultados e Discussão

A abordagem que propomos tem gerado novos tipos de resultados, onde a solução da EPDO mostra uma dependência na escolha da função geradora. Podemos recuperar casos conhecidos com base nas formas da equação, ao considerar a identidade como função geradora, o que nos mostra que a nova abordagem pode gerar novos resultados para uma equação, além daqueles já estabelecidos. Em particular, estudamos o pseudo-sistema massa-mola nesta nova perspectiva, a saber:

$$m \otimes D^{\oplus 2}[f(x)] \oplus k \otimes x = 0_{\oplus}.$$

Escolhendo como função geradora a exponencial, obtivemos como solução desta equação a seguinte expressão:

$$f(x) = C_2 - ln[cos(e^{(k-m)/2} C_1 (e^k + x))],$$

o que nos mostra um novo conjunto de soluções para o sistema estudado. Esperamos que este indicativo resulte em uma nova ferramenta para áreas como Física, Química, etc. Outro conceito que propusemos e que se mostrou promissor foi o conceito de *g*-álgebra, que dá uma nova interpretação ao tema. Com ele, a partir do operador de *g*-espaço, podemos construir espaços vetoriais com base em equações pseudo-diferenciais e de suas geradoras associadas.

## Conclusão ou Conclusões

Os novos conceitos que propusemos mostram novos aspectos da teoria. Esperamos que tal contribuição ajude a alavancar novas aplicações do tema.

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer à Fundação Araucária pelo fomento e à Universidade Estadual de Ponta Grossa pelo apoio e estrutura.

BABAKHANI, A.; FREDERICO, G. S. F. On a Caputo-type fractional derivative respect to another function using a generator by pseudo-operations. **J. PseudoDiffer. Oper. Appl**., 12:59, 2021.

LA GUARDIA, G. G.; CHAGAS, J. Q.; LENZI, E. K.; PIRES, L.; ZUMELZU, N.; BEDREGAL, B. On semi-vector Spaces and semi-algebras with application in Fuzzy Automata. **Axioms**. 2024, 13(5), 308, 2024.

PAP, E. g-Calculus. **Univ. u Novom Sadu Zb. Rad. Prirod.-Mat. Fak. Ser. Mat.** 23(1), Pg. 145-156, 1993.



ISSN 1676-0093