NÚMEROS METÁLICOS

Isadora Benvenutti Langer (PIBIC-EM), Marciano Pereira (Orientador), e-mail: isadorabenvenuttilanger@gmail.com, marciano@uepg.br.

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Centro Estadual de Educação Profissional Ponta Grossa.

Ciências Exatas e da Terra – Matemática.

Palavras-chave: Frações contínuas, Equações quadráticas, Sequências de Fibonacci Generalizadas.

Resumo:
Os Números Metálicos foram introduzidos pela matemática argentina Vera W. de Spinadel (2003), sendo pouco conhecidos, exceto pelo número de ouro, também conhecido como proporção áurea. No entanto, essa família possui outros integrantes, que possuem propriedades algébricas, geométricas e características interessantes. Neste trabalho investigamos tal família de números. Trata-se das raízes positivas obtidas a partir de equações quadráticas da forma $x^2 - px - q = 0$, com p e q sendo números naturais não-nulos. A investigação foi feita principalmente mediante dissertações do PROFMAT e artigos relacionados ao tema, sendo explorados os conceitos de frações contínuas, relações de recorrência, radicais contínuos, polígonos regulares e construções geométricas. A equação acima surge de uma recorrência de segunda ordem derivada de uma sequência de Fibonacci generalizada associada ao número metálico em questão $\sigma_{p,q}=[p+(p^2-4q)^{(1/2)}]/2$. Isto é, são geradas sequências similares à sequência de Fibonacci, denominadas recorrências de segundo grau, e cada uma dessas sequências dá origem a uma equação quadrática característica que, por sua vez, apresenta duas raízes: uma positiva e uma negativa. A raiz positiva é denominada o número metálico, denotado por $\sigma_{p,q}$. Sendo assim, os números metálicos são ou um número natural não-nulo ou um irracional quadrático, ou seja, um número irracional proveniente de uma equação quadrática. Os números metálicos apresentam relações com outros assuntos e áreas da matemática, tais como frações contínuas e radicais contínuos, relacionados a estes números de forma análoga às equações quadráticas, sequências e recorrências. Em sua definição, apresentada por Spinadel (2003), há ainda relações matriciais, onde foram necessários os estudos de diagonalização e autovalores de uma matriz, bem como a definição e aplicação do conceito de limite. Estes estudos foram necessários para analisar e entender a formação do limite existente na citada sequência de Fibonacci de segunda ordem generalizada, como chama a professora Spinadel em seu trabalho, obtido pela razão entre um termo da sequência e pelo termo anterior a ele. Estes estudos permitiram demonstrar que este limite, além de existir, é o número metálico $\sigma_{p,q,}$ relacionado à sequência. Com este trabalho pudemos perceber o número de ouro como um elemento particular de uma classe de números mais gerais, os números metálicos, e que estes têm diversas ligações com outros conteúdos matemáticos, tanto no contexto algébrico quanto geométrico, tornando-se uma investigação bastante rica de conhecimentos matemáticos.

Agradecimentos
Agradeço ao PIBIC-EM e à UEPG pela oportunidade de desenvolver este projeto.