EFEITOS CATRACA EM MAPAS NÃO TWIST ESTENDIDOS

Ana Luiza Rodrigues de Moraes (PIBIC/CNPq), Michele Mugnaine, Matheus Rolim Sales, José Danilo Szezech (Orientador), e-mail: jdsjunior@uepg.br

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Matemática e Estatística.

Ciências Exatas e da Terra, Física Geral.

Palavras-Chave: *Dinâmica não-linear, caos Hamiltoniano, fenômenos de transporte, mapas simpléticos.*

Resumo

O mapa padrão não-*twist* estendido é um mapa simplético com duas perturbações ressonantes, sendo que elas podem ocasionar o efeito catraca. Encontramos que a fracionalização no valor do parâmetro m permanece desencadeando as chamadas catracas Hamiltonianas, podendo ser mais ou menos expressiva dependendo da escolha para este parâmetro.

Introdução

O mapa padrão não-*twist* estendido é descrito pelas seguintes equações

$$y_{n+1} = y_n - b\sin\left(2\pi x_n\right) - c\sin\left(2\pi m x_n\right), \qquad (1)$$

$$x_{n+1} = x_n + a\left(1 - y_{n+1}^2\right), \mod 1, \qquad (2)$$

onde $x \in [0,1]$, $y \in \mathbb{R}$ e a, b e c são parâmetros reais, e $m \in \mathbb{R}$, que é um fator geométrico. Esse mapa pode apresentar o efeito catraca, que é o transporte direcionado das órbitas caóticas, ocorrendo no espaço de fase, sem o auxílio de forças externas e surge a partir da quebra de simetria do sistema. (1)

Materiais e Métodos

Empregamos métodos computacionais devido a este sistema ser descrito por equações recursivas (mapa). Utilizamos as linguagens de programação Fortran para gerar soluções e Python para criar o ambiente gráfico das figuras.

Resultados e Discussão

A quantificação do efeito catraca pode ser feito utilizando bacias de escape, que são o conjunto de condições iniciais que produzem órbitas do mapa que escapam do sistema por uma saída específica. O escape é definido aqui como a saída **A** em $y=1$ (pontos rosas) e **B** em $y=-1$ (pontos azuis). As órbitas que não escapam, denominamos de **C** (pontos brancos). As bacias foram construídas com uma grade de 10^6 condições iniciais, iteradas por um tempo n=1000 para os parâmetros $(a;b;c) = (0{,}2;0{,}55;0{,}03)$. Denotamos o número de trajetórias que passam por **A** (**B**) de P_A (P_B). Caso a razão P_A/P_B=1, existe uma barreira de transporte entre as cadeias de ilhas, caso contrário, há algum grau de transporte caótico. Escolhemos valores de m semi-inteiros, pois eles apresentam elevado grau de transporte no espaço de fase em comparação com valores

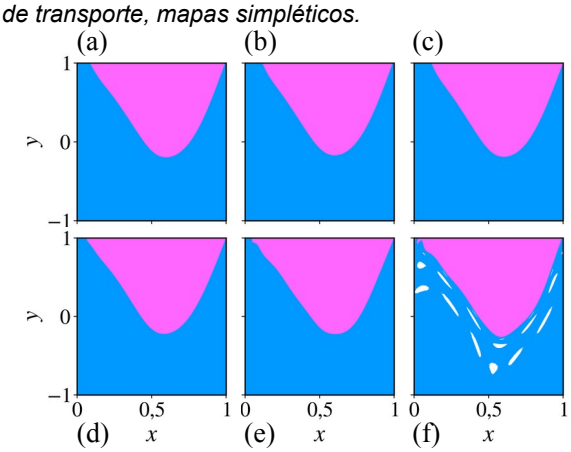


Figura 1: Bacias de escape para o ESNM. Os parâmetros são $(a;b;c) = (0{,}2;0{,}55;0{,}03)$. Em (a) $m = 0{,}125$, (b) $m = 0{,}25$, (c) $m = 0{,}5$, (d) $m = 1{,}5$, (e) $m = 2{,}5$ e (f) $m = 3{,}25$.

pares ou próximos disso,conforme mostra a Tabela 1. Para a Fig. 1(a)-(e), todas apresentaram saídas somente em **A** e **B**. Além disso, elas não apresentam separação, isso evidencia que a curva *shearless* foi rompida, já que ela atua como uma barreira para o transporte caótico. A Fig. 1(f) mostra que há saídas também em **C**, indicando que essas órbitas não atravessam nenhuma dessas saídas, havendo quebra de barreiras parciais, mas não das barreiras totais. Como a razão $P_A/P_B \neq 1$ na Tabela 1, todos os resultados apresentam transporte direcionado.

Tabela 1. Áreas relativas da regiões coloridas das bacias de escape com $(a;b;c) = (0{,}2;0{,}55;0{,}03)$ para o mapa padrão não-*twist* estendido para valores de m semi-inteiros.

	$m = 0{,}125$	$m = 0{,}25$	$m = 0{,}5$	$m = 1{,}5$	$m = 2{,}5$	$m = 3{,}25$
P_A/P_B	0,4932	0,4627	0,4793	0,5234	0,5339	0,5780

Conclusão ou Conclusões

O efeito catraca é o transporte direcionado sem o auxílio de forças externas, estando presente no mapa padrão não-*twist* estendido e depende do parâmetro m. Encontramos que a fracionalização no valor desse parâmetro permanece desencadeando as chamadas catracas Hamiltonianas, podendo ser mais ou menos expressiva dependendo da escolha para este parâmetro, sendo que valores semi-inteiros são mais acentuados.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Agradecemos ao grupo 105 pelas valiosas discussões.

1 MUGNAINE, M. et al. Ratchet current in nontwist Hamiltonian systems **– Chaos**, v. 30, p. 093141–1-093141-9, 2020.