XXXII Encontro Anual de Iniciação Científica
IX Encontro Anual de Iniciação Científica Jr.
EAIC 2023

SISTEMAS DINÂMICOS DISCRETOS: UM ESTUDO DOS MAPAS UNI E BIDIMENSIONAIS

Vinicius Luy de Souza Barão, Enrique Chipicoski Gabrick, José Trobia (Orientador), e-mail: jtrobia@gmail.com.

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Matemática e Estatística.

Ciências Exatas e da Terra, Física Geral, Física Clássica.

Palavras-Chave: *Sistemas Dinâmicos, Sistemas discretos, Mapa Logístico.*

Resumo

O mapa logístico foi proposto, em 1976, pelo Biólogo Robert May para explicar o crescimento populacional de insetos; além disso, por sua equação quadrática simples, esse modelo foi usado para muitas outras áreas além da biologia. Neste trabalho, estudamos soluções numéricas do mapa logístico através do software WxMaxima

Introdução

O mapa logístico é um exemplo de mapa discreto, ou seja, cada ponto é bem definido. Apresentado primeiramente pelo biólogo Robert May para explicar o crescimento populacional de insetos, esse modelo é muito importante para o estudo de várias outras áreas, como a evolução ciclos econômicos, comportamento de circuitos eletrônicos, análise de convergências numéricas, entre muitas outras.

Materiais e Métodos

Para a realização deste trabalho fora utilizada a equação que define o mapa logístico $x_{n+1} = r*x_n*(1-x_n)$, na qual "x_n" é um número entre 0 e 1 que determina a razão entre a população existente e a população máxima possível e "r", os parâmetros de crescimento do sistema. As simulações foram realizadas com o auxílio do programa de computador "WxMaxima".

Resultados e Discussão

Com o WxMaxima conseguimos fazer um cálculo de iterações da equação do mapa logístico, ou seja, calculamos um F(x) inicial com um determinado r e realizamos um novo cálculo, porém, calculando F(F(x)) e seguimos esse processo n vezes.

Através do programa WxMaxima, foi possível fazer um gráfico que agrupa todas as iterações que apresenta o comportamento dos pontos fixos conforme o aumento de r. Chamamos esse gráfico de "bifurcação do mapa logístico", onde o eixo horizontal representa os parâmetros de crescimento r e o eixo vertical, seus pontos fixos, ou periódicos (pontos onde a equação converge e estabiliza).

Pode-se perceber, para $2 \leq r < 3$, que há apenas um ponto atrativo representado. Isso implica que, para um crescimento populacional com tal parâmetro r, a população sempre tenderá para um único dado valor de sua população máxima. Para $3 \leq r < 3{,}5$, porém, as iterações geram dois resultados diferentes, alternando entre eles; gerando, assim, dois pontos fixos. Chamamos essa alternância de período 2 pois alterna entre dois valores.

Há também o aumento desorganizado de r: para uma população com parâmetro r entre 3,5 e 4, não é possível saber para onde esse crescimento irá convergir. Isso é o que chamamos de "caos": uma desordem tão grande que não é possível prever os pontos de atração do sistema.

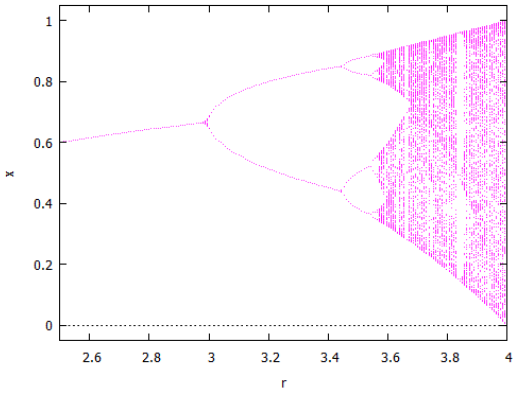


Figura 1. Bifurcação do mapa logístico.

Conclusão ou Conclusões

Mapas logístico são bem importantes para a análise da evolução de um sistema, sendo essa análise facilitada pela sua equação quadrática simples, podendo ser utilizada em diversas áreas do conhecimento.

Agradecimentos

Agradeço à UEPG, Fundação Araucária, CAPES e CNPq; ao grupo 105.

Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; Yorke, J. A. **CHAOS:** An Introduction to Dynamical Systems. New York: Springer, 1996.

Villate, J. E. **Introdução aos Sistemas Dinâmicos:** uma abordagem prática com maxima. 1.2. ed. Califórnia: Creative Commons, 2007.