XXXII Encontro Anual de Iniciação Científica
IX Encontro Anual de Iniciação Científica Jr.
EAIC 2023

OPERADORES MATEMÁTICOS E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM NÃO INTEIRA

Matheus Erevaldo Krüger Gebeluca (PIBIC/CNPq), Jocemar de Quadros Chagas (Orientador),

e-mail:jocemarchagas@uepg.br.

Universidade estadual de Ponta grossa/Departamento de Matemática e estatística

Matemática, Análise.

Palavras-Chave: *Matriz, Matriz Infinita, Índices Contínuos, Espaço-estrutura, Espaço-entrada.*

Resumo

A generalização de estruturas é uma ideia comum no ambiente matemático. Desde uma simples potência até algo mais complexo como uma derivada, a pergunta “o que acontece se expandirmos isto para o cenário contínuo?” trouxe e contínua trazendo respostas fascinantes e restrições curiosas. Neste trabalho questionamos como generalizar a ideia de linhas e colunas de uma matriz. Não encontramos uma formalização matemática já estabelecida. Porém, encontramos na literatura muitas evidências que indicam a necessidade da existência de tal estrutura, por exemplo, o trabalho em matrizes infinitas e alguns resultados na área de física [1]. Neste trabalho apontamos algumas possibilidades para tal generalização.

Introdução

A motivação para este trabalho surgiu do estudo do cálculo fracionário e suas aplicações a equações diferenciais fracionárias. Identificamos evidências de uma estrutura matemática semelhante a uma matriz de ordem não inteira [2] em alguns trabalhos acadêmicos, por exemplo, tratando de matrizes de espalhamento, da transição de imagem na computação, e em diversas áreas da física[1].O objetivo principal deste trabalho é indicar caminhos para a formalização matemática da estrutura “matriz de ordem não inteira”. Para isto, definimos três artifícios principais: o conceito de espaço matriz infinito, uma função marcadora e uma função entrada. O espaço matriz infinito replica o papel dos índices da matriz, a função marcadora é um artifício de extensão e a função entrada uma maneira de se atribuir valores a entradas específicas neste tipo de matriz. Por simplicidade, chamaremos tal estrutura proposta de “matriz superfície”.

Materiais e Métodos

Levantamento bibliográfico utilizando bancos de artigos e de livros. Discussões utilizando quadro e giz.

Resultados e Discussão

Uma **matriz superfície** é uma estrutura que mora no **espaço matriz infinito**, definida sobre dois intervalos dos reais positivos e composta por uma função marcadora e uma função entrada. Existem duas estruturas “triviais”: a matriz superfície de ordem zero por zero e a matriz superfície de ordem infinito por infinito. Uma matriz definida em intervalos que não englobam um valor inteiro se comporta como a matriz zero por zero. Um par ordenado (i,j) faz o papel dos índices (contínuos) de uma matriz. A função marcadora atribui um “peso” para cada par ordenado, e é a maneira natural de estender a ideia de matriz discreta para matriz superfície. O espaço-entrada é onde escolhemos a entrada da matriz. A função entrada é uma função suave, definida em [0,a]x[0,b] no espaço-estrutura, e leva em um valor do espaço-entrada. Como toda teoria que é estendida, assim como ganhamos coisas, estamos sujeitos a novas restrições e mesmo a perda de estruturas conhecidas. Neste caso, estendemos a aritmética: generalizamos a soma e o produto de matrizes para matrizes superfícies de forma natural. Por exemplo, a soma é definida entrada a entrada, como na soma usual, mas a ordem da estrutura pode diminuir. O conceito de determinante é perdido, mas ele aparentemente é uma propriedade exclusiva para matrizes de ordem inteira.

Conclusão ou Conclusões

A matriz é uma estrutura matemática vastamente usada, no entanto, com avanços nas teorias de cálculo e de somabilidade[2], uma generalização de tal conceito se torna necessária. Na direção da formalização estipulamos alguns parâmetros básicos e obtivemos alguns primeiros resultados, os quais nos dão uma base do que de fato é uma matriz de qualquer tamanho.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao CNPq, à Fundação Araucária (#PBA2022011000222), e à UEPG.

[1] AVDEEV, L. V. Fierz identities in spaces of nonintegral dimension. **Theoretical and Mathematical Physics,** v. 58, p. 203–207, 1984

[2] BASAR, Feyzi. **Summability theory and its applications**. Boca Raton: Bentham Books, 2012.