XXXII Encontro Anual de Iniciação Científica
IX Encontro Anual de Iniciação Científica Jr.
EAIC 2023

SOBRE O TEOREMA DE FLETT E SUAS VARIAÇÕES

Matheus Bueno Bartkevicius (PIBIC/CNPq), Marciano Pereira (Orientador), e-mail: marciano@uepg.br.

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Matemática e Estatística.

Matemática, Análise.

Palavras-Chave: *Teorema de Flett, Teorema de Rolle, Teorema de Sahoo Riedel, Teorema de Trahan.*

Resumo

Neste trabalho, realizamos um estudo sobre o importante, e não tão conhecido, teorema de Flett, sua origem e relação com os já bem conhecidos teoremas de Rolle, do Valor Médio de Lagrange e Cauchy e do Valor Médio para integrais. Além disso, investigamos suas diversas variações e extensões, sendo o foco principal enunciar, demonstrar e, quando possível, interpretar geometricamente essas diferentes versões dos teoremas do "tipo" Flett.

Introdução

Os bem conhecidos teoremas de Rolle e do Valor Médio de Lagrange são normalmente vistos nos cursos de Cálculo e têm um significado geométrico bastante simples e intuitivo. Apesar disso, são resultados bastante importantes sobre funções diferenciáveis e tendo diversas aplicações. A partir e, motivado por isso, em 1959 Flett [1] demonstrou o denominado Teorema de Flett, que é uma variação do teorema de Rolle, onde a condição $f(a) = f(b)$ foi substituída por $f'(a) = f'(b)$. Por esse motivo o teorema de Flett é conhecido como um teorema do tipo valor médio com uma condição do tipo Rolle.

Materiais e Métodos

Foram utilizados livros e artigos para pesquisa e revisão da literatura sobre o tema e seminários para exposição e discussão dos resultados.

Resultados e Discussão

O **Teorema de Flett** afirma que: *Se* $f: [a, b] \to R$ *é uma função diferenciável em* $[a, b]$ *com* $f'(a) = f'(b)$, *então existe* $c \in (a, b)$ *tal que* $f'(c) = \frac{f(c)-f(a)}{c-a}$. A interpretação geométrica deste resultado é: se uma curva $(x, f(x))$ é suave no intervalo $[a, b]$ e as retas tangentes nos extremos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ são paralelas, então existe um ponto intermediário $c \in (a, b)$ de modo que a reta tangente ao gráfico de f que passa por $(c, f(c))$ também passa por $(a, f(a))$, conforme pode ser visto na Figura 1. Nesse caso, o ponto c é denominado de *ponto de Flett.*

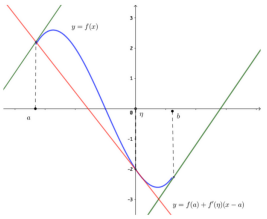


Figura 1. Ponto de Flett para a condição $f'(a) = f'(b)$.

Os teoremas do tipo Flett são uma variedade desses teoremas [2], que possuem a característica semelhante ao resultado acima. Foi realizado um estudo de uma gama de teoremas relacionados a Flett, indo desde o teorema de Rolle até teoremas publicados recentemente, passando pelos teoremas de Sahoo Riedel, Trahan, Tan, entre outros [3]. Estudou-se as suas formas para derivadas, formas integrais, bem como suas generalizações, variações e aplicações para operadores integrais.

Conclusão

Com este trabalho pudemos entender o quanto os teoremas do tipo Valor Médio são úteis e importantes, tanto que permanecem como interesse atual de pesquisa.

Agradecimentos

Agradeço à UEPG e ao meu orientador Marciano Pereira pela oportunidade de realizar a Iniciação Científica e ao CNPq, pela bolsa.

[1] FLETT, Thomas M. **A mean value problem.** In: The Mathematical Gazette, Londres, v. 42, n. 339, p. 38-39, 1958.

[2] LOZADA-CRUZ, German J. **Algumas variações, generalizações e aplicações do teorema do valor médio de Lagrange.** Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2021.

[3] SAHOO, Prasanna K.; RIEDEL, T. **Mean value theorems and functional equations**. River Edge: World Scientific, 1998.