XXXII Encontro Anual de Iniciação Científica
IX Encontro Anual de Iniciação Científica Jr.
EAIC 2023

EFEITOS CATRACA EM MAPAS NÃO *TWIST* ESTENDIDOS

Ana Luiza Rodrigues de Moraes (PIBIC/FA), Fátima Elis Cruziniani, Michele Mugnaine, Matheus Rolim Sales, José Danilo Szezech Junior (Orientador), e-mail: jdsjunior@uepg.br

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Matemática e Estatística.

Ciências Exatas e da Terra, Física Geral.

Palavras-Chave: *Caos Hamiltoniano, dinâmica não-linear, efeito catraca, fenômenos de transporte, transporte direcionado.*

Resumo

O mapa padrão não-*twist* estendido é um mapa simplético que possui duas perturbações ressonantes. A inserção dessas perturbações fazem surgir o efeito catraca. Nesse modelo, o efeito catraca ocorre para o parâmetro m par, resultando na quebra de simetria do sistema. Enquanto que para m ímpar, o transporte é simétrico, com a formação de ilhas gêmeas.

Introdução

O mapa padrão não-*twist* estendido (do inglês *Extended Standard Nontwist Map*, ESNM) pode apresentar assimetrias no transporte no espaço de fase, advindas de uma nova perturbação [1]. Ele é definido pelas seguintes equações de recorrência:

$$y_{n+1} = y_n - b\,\mathrm{sen}\left(2\pi x_n\right) - c\,\mathrm{sen}\left(2\pi m x_n\right), \quad (1)$$

$$x_{n+1} = x_n + a\left(1 - y_{n+1}^2\right), \mod 1, \quad (2)$$

onde $x \in [0,1]$, $y \in \mathbb{R}$ e a, b e c são parâmetros reais, e $m \in \mathbb{Z}$, sendo o fator geométrico que representa o número de pares de segmentos de anel de corrente toroidal do limitador ergódico. O efeito catraca é o transporte direcionado das órbitas caóticas que ocorre no espaço de fase, sem o auxílio de forças externas e surge a partir da quebra de simetria do sistema, podendo ser observado no mapa padrão não-*twist* estendido [2].

Materiais e Métodos

Neste trabalho, desenvolvemos algoritmos computacionais para gerar as soluções das Equações (1) e (2). Esses programas foram elaborados em linguagens Python e Fortran gerando os espaços de fase. A análise dos resultados obtidos para quantificar o efeito catraca se deu por meio da construção de bacias de escape.

Resultados e Discussão

O mapa padrão não-*twist* estendido apresenta cadeias de ilhas gêmeas em seu espaço de fase, que são órbitas periódicas com o mesmo número de rotação, mas com soluções diferentes no espaço de fase. Construímos 4 bacias de escape (Figura 1) com uma malha de 1000×1000 condições iniciais, iteradas por um tempo n=1000. Se a trajetória atravessar $y = 1$ ($y = -1$), marcamos a condição inicial em roxo (azul) e caso não atravesse nenhuma delas, deixamos em branco.

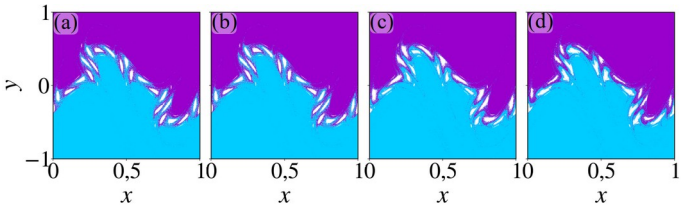


Figura 1. Bacias de escape para o ESNM. Os parâmetros são (a; b; c) = (0,805; 0,597; 0,005). Em (a) $m = 1$, (b) $m = 2$, (c) $m = 3$ e (d) $m = 4$.

Fazendo a razão da quantidade total de pontos roxos (p_r) e os pontos azuis (p_a), se obtivermos a razão, p_r/p_a=1 o transporte é simétrico. Caso for diferente, temos transporte assimétrico, com a presença do efeito catraca. A Tabela 1 mostra os resultados desse método. Portanto, com os resultados obtidos da Tabela 1, observamos que existe a presença do transporte direcionado para valores pares do parâmetro m, sendo mais evidente para $m = 2$.

Tabela 1. Áreas relativas da regiões coloridas das bacias de escape com (a; b; c) = (0,805; 0,597; 0,005) para o ESNM.

	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
p_r/p_a	1,0005	0,8589	1,0006	0,9905

Conclusões

O efeito catraca pode ocorrer em sistemas Hamiltonianos conservativos, como o mapa padrão não-*twist* estendido. Visto isso, analisamos e concluímos a partir das bacias de escape que o efeito catraca ocorre nesse modelo e depende do parâmetro m. Caso for ímpar, o mapa permanece simétrico, se for par, ocorre o fenômeno das correntes de catraca Hamiltonianas.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná. Agradecemos ao grupo 105 pelas valiosas discussões.

[1] WURM, A.; MARTINI, K. M.; Breakup of inverse golden mean shearless tori in the two-frequency standard nontwist map, **Physics Letters A**, v. 377, p. 622–627, 2013.

[2] MUGNAINE, M.; BATISTA, A. M.; CALDAS, I. L.; SZEZECH JR, J. D.; VIANA, R. L.; Ratchet current in nontwist Hamiltonian systems – **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 30, 093141, 2020.