XXX Encontro Anual de Iniciação Científica
VII Encontro Anual de Iniciação Científica Júnior
eaic 2021

# CAMINHADA ALEATÓRIAS E DIFUSÃO NORMAL E ANOMALA

Gabriel Gustavo da Rocha (PIBIC/CNPq), Ervin Kaminski Lenzi (Orientador), e-mail: ervinklenzi@gmail.com

Universidade Estadual de Ponta Grossa/Departamento de Física.

**Ciências Exatas e da Terra, Física Geral**

Palavras-chave: *Difusão Normal e Anômala; Processos Estocásticos; Caminhantes Aleatórios.*

## Resumo

Este projeto tem como foco o estudo na caminhada aleatória da forma clássica. Tendo isto em vista podemos analisar e focar em processos como a difusão normal e difusão anômala; sendo o objetivo deste trabalho processos de “Random Walk” com a adesão de reset, reação e um campo de força. Com o uso de equações de distribuição podemos ter uma visão rica em analise a variação destes comportamentos.

## Introdução

As formulações clássicas do “random walk” podem trazer a posição e o tempo de forma discreta o que traz uma gama de opções a serem explorada. Supondo um caminhante em uma dimensão onde possui uma probabilidade p de ir para a direita e uma probabilidade (1-p) de ir para a esquerda, podemos facilmente denotar o caráter markoviano da distribuição de partículas. Uma das maiores implicações deste comportamento que podemos fazer é que o deslocamento médio é dado por $< x^2 > \sim t$ e também o fato da distribuição com o caráter gaussiano. Porém na natureza muitas vezes podemos encontrar processos onde temos um comportamento não linear onde o deslocamento toma a seguinte forma $< x^2 > \sim t^{\alpha}$ sendo que α caracteriza a difusão. Com isto em mente podemos estabelecer uma relação inicial para a probabilidade de transição e também a probabilidade de distribuição. No caso de uma formulação em espaço tempo contínuo (METZLER e KLAFTER, 2000; KLAFTER et al., 1987), temos

$$\eta(x,t) = \delta(x)\delta(t) + \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_0^t dt' \eta(x',t')\psi(x-x',t-t')$$

$$\rho(x,t) = \int_0^t dt' \eta(x,t')\phi(t-t')$$

sendo $\eta(x,t)$ a probabilidade de transição, $\psi(x,t)$ o tempo de espera entre um pulo e outro da partícula, $\delta(x)\delta(t)$ as condições iniciais, $\rho(x,t)$ a distribuição das partículas, $\phi(t)$a probabilidade de não ocorrer um pulo neste período.

## Material e Métodos

Depois de realizada a revisão bibliográfica e pesquisas intensas em novas publicações no assunto foi usado de advento para a resolução um modelo onde podemos considerar $\psi(x,t)$ como separável do tipo $\psi(x,t) = \omega(t)\lambda(x)$ e incorporando termos adicionais relativos ao processo de “resetting” (EVANS, 2014), obtemos a equação que segue:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho = D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\rho - \lambda\rho - r\rho + r\delta(x-x_0)$$

onde $\lambda$ é o termo de reset, r é o termo de reação e D o coeficiente de difusão.

## Resultados e Discussão

A equação pode ser resolvida e a solução é dado por $\rho(x,t) = e^{-(r+\lambda)t}G(x-x_0,t) + r\int_0^t dt' e^{-(\lambda+r)t'}G(x-x_0,t')$, observando que condição inicial é $\rho(x,0) = \delta(x-x_0)$, com as condições de contorno $\rho(\pm\infty,t) = 0$. Na figura abaixo ilustramos a evolução temporal da solução.

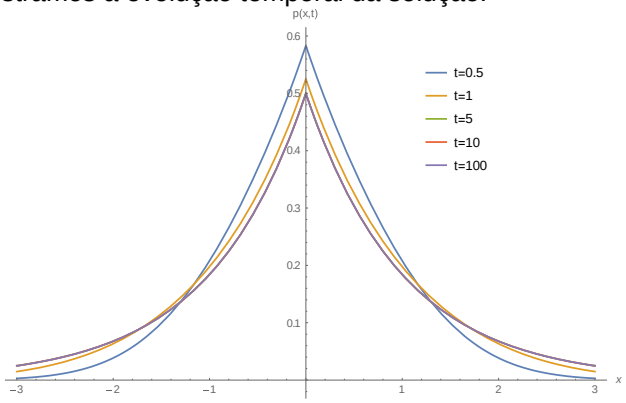



**Figura 1.** Solução da equação com o termo de reset e reação. Por simplicidade consideramos, D=1, r=1, $x_0$=0 e λ=1.

## Conclusão ou Conclusões

Neste trabalho resolvemos uma equação de difusão com a presença do termo de “resetting” e um termo que pode ser relacionado com um processo de reação irreversível. O caso λ=0 recupera a solução a solução estacionária como a encontrada na referência (EVANS, 2014)

## Agradecimentos

Agradecimentos a CNPq ao financiamento a pesquisa.

EVANS M. R.; MAJUMDAR S. N. **Diffusion with resetting in arbitrary spatial dimension**. Journal of Physics A, vol. 47, p. 285001, jun. 2014.

KLAFTER J. BLUMEN A.; SHLESINGER M. F. **Stochastic pathway to anomalous diffusion**. Physical Review A, vol. 35, p 3081-3085, abr. 1987.

METZLER, R.; KLAFTER, J. **The Random Walk’s Guide to Anomalous Diffusion: A fractional Dynamics Approach**. Physics Reports, v. 339, p. 1-77, dez. 2000.